

再重みづけ法による 高温高密度格子QCD -- 金谷さんとの共同研究 --

江尻信司 新潟大学

有限温度密度系の物理と格子QCDシミュレーション
筑波大学CCS、2015/9/5

第21回北陸合宿

(1993/5/21-23、金沢大学辰口研修センター)

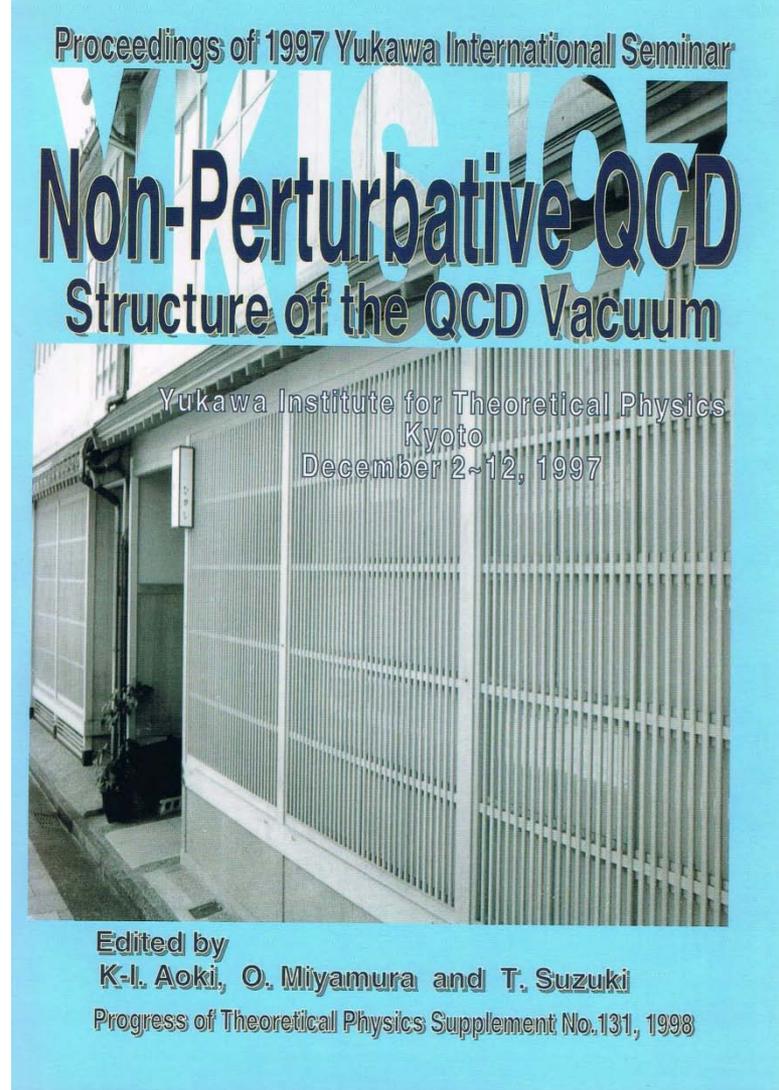
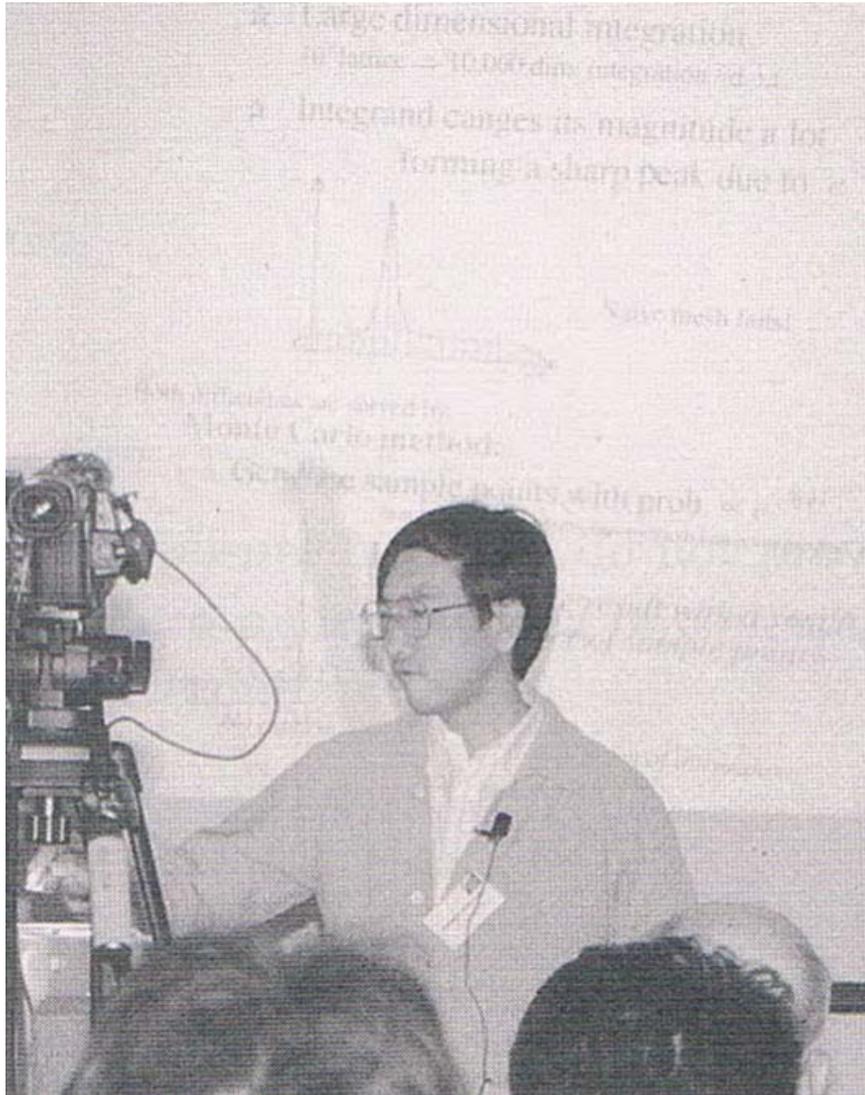
金谷さんが招待講師として、講義。

思い出すこと

- 1993 北陸合宿、金谷さん招待講師、徹夜で飲み会
- 1994 Lattice94 Bielefeld バンケットで説教をされる
- 1995 Lattice 95 Melbourne
 - 金谷さんがプレナリーレビュートーク、 $O(4)$ スケーリングの話
Y. Iwasaki, K. Kanaya, S. Kaya, and T. Yoshie, Phys. Rev. Lett., 78, 179 (1997)
- 1997年4月江尻が金沢から筑波に移る。
- 1997年 YKIS97 金谷さんが講義、江尻もショートトーク
 - 金谷さんと共同研究
- 2000年 Lattice2000 インド、江尻がプレナリートーク
 - 金谷さんのした仕事の重要性にやっと気づく
- 2001年4月 江尻がイギリスへ
- 2005年2月 江尻が東京へ、WHOT-QCD Collaboration
- 2010年10月 江尻が新潟へ、....現在

YKIS'97

有限温度格子QCDの講義をする金谷さん



京大基研、1997.12.2-12

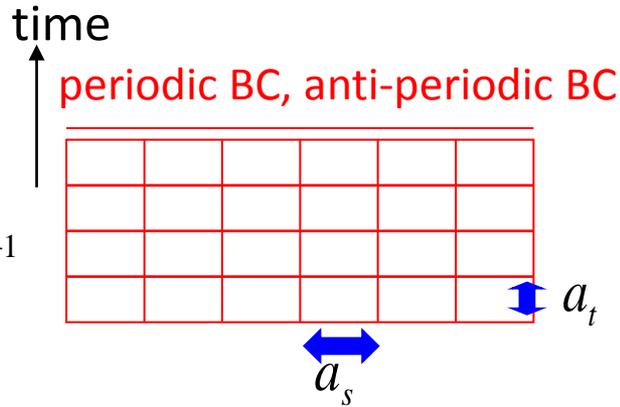
相転移点での潜熱、圧力差

- 状態方程式

$$\frac{\varepsilon}{T^4} = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial \ln Z}{\partial T^{-1}} \right)_V \quad \frac{p}{T^4} = -T \left(\frac{\partial \ln Z}{\partial V} \right)_T$$

- 非等方格子

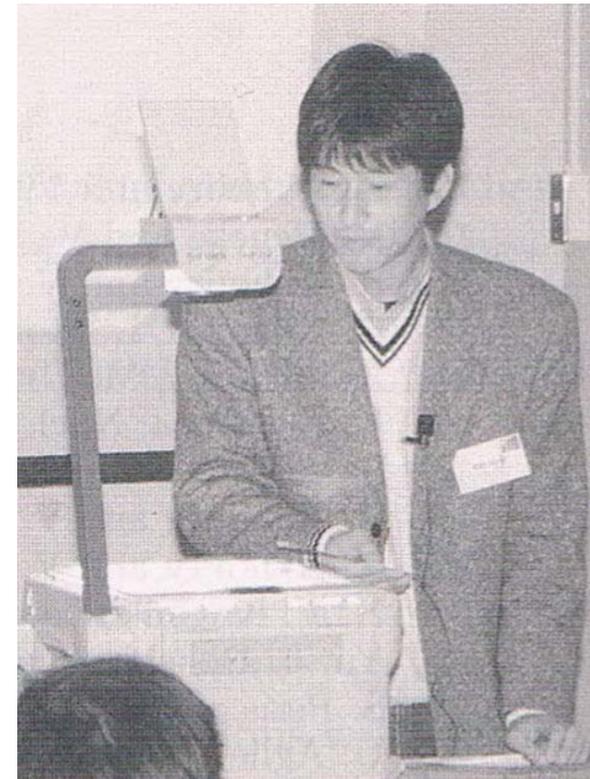
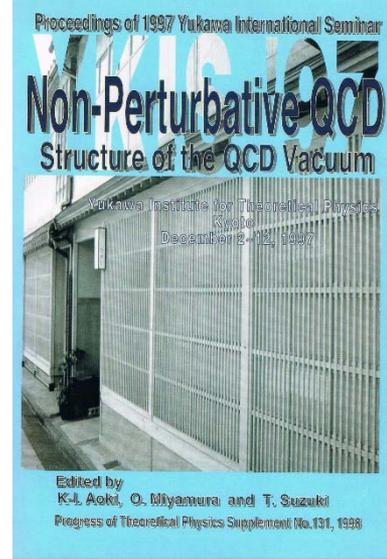
$$V = (N_s a_s)^3 \quad T = (N_t a_t)^{-1}$$



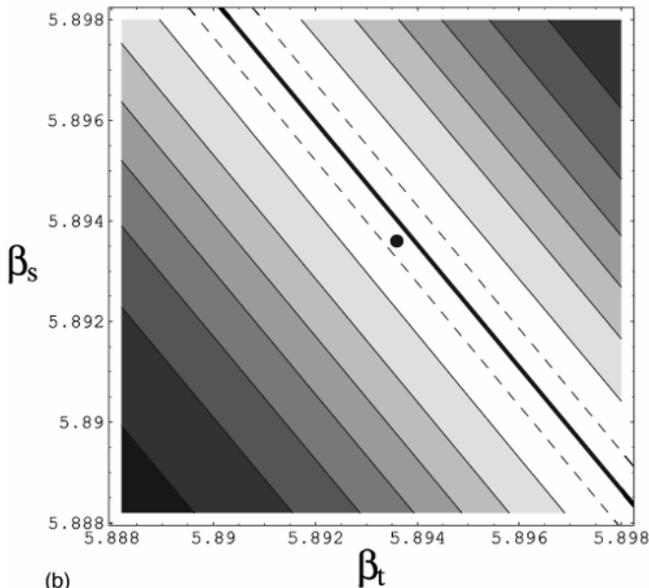
$$S_g = -\beta_s \sum_{n,i < j} \text{Re} P_{ij}(n) - \beta_t \sum_{n,i} \text{Re} P_{i4}(n)$$

(a_s, a_t) と (β_s, β_t) の関係がほしい。

S. Ejiri, Y. Iwasaki, K. Kanaya, Phys. Rev. D58. 094505, (1998)

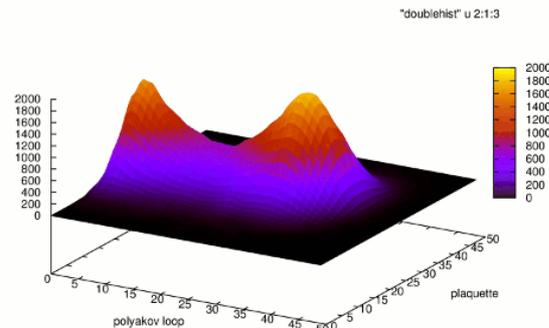


SU(3)ゲージ理論の相転移点での潜熱、圧力差

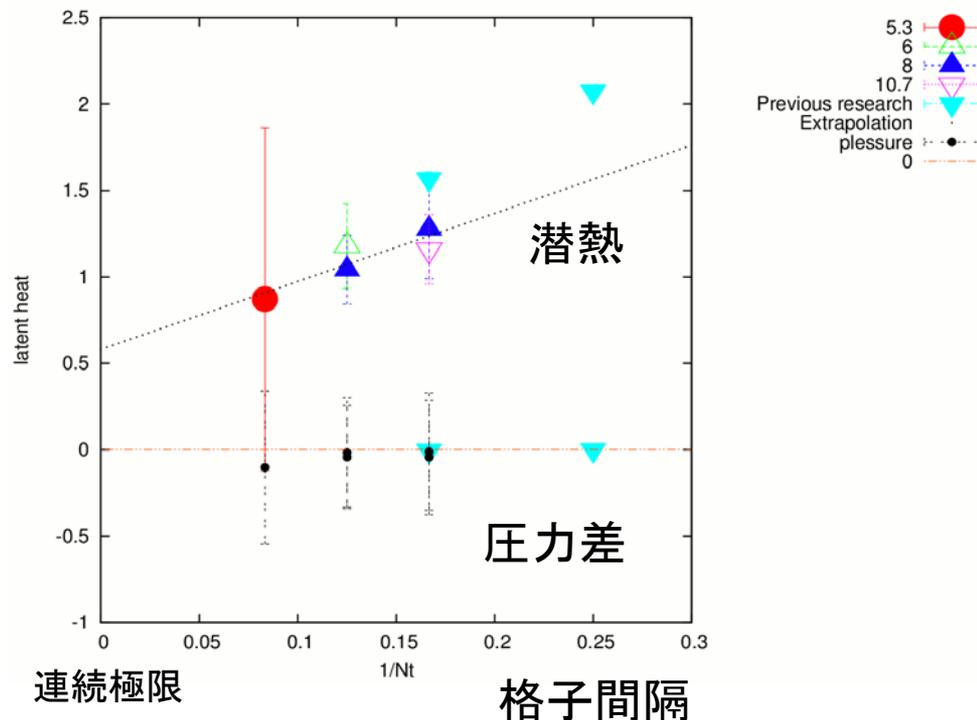


(β_s, β_t) 面での相転移線
 $a_t=1/(N_t T_c)$ が一定。
 Polyakov loop 感受率

QCDPAXの
 高統計データ
 を使う。



2相間の潜熱と圧力差
 白銀君の熱場研究会(2015)でのポスター



相転移線の傾きが分かれば、
 エネルギー密度や圧力が計算できる。

Phys. Rev. D58. 094505, (1998)

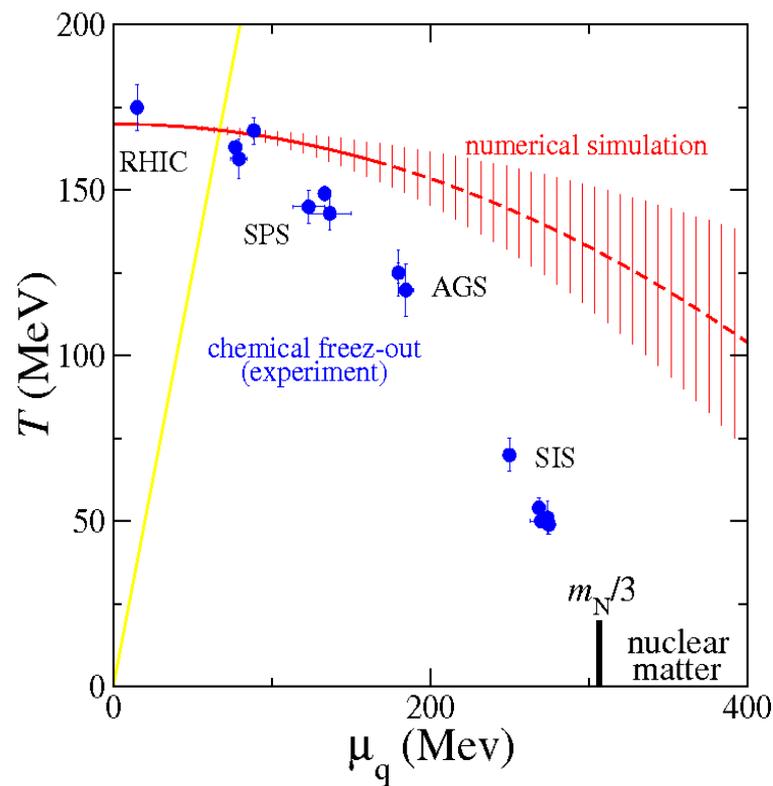
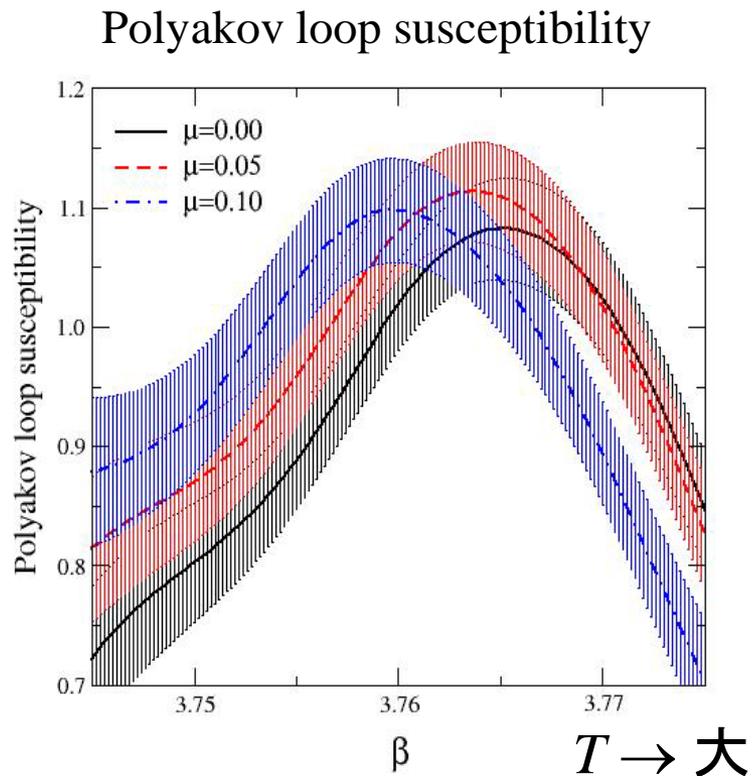
Reweighting法を用いると、
 簡単に相転移線の傾きが計算できた。

有限密度系への応用

$\mu \neq 0$ での相転移温度 T_c の変化

$O(\mu^2)$ まで近似計算

Bielefeld-Swansea, Phys. Rev. D66, 074507 (2002) ($N_f=2$ p4-improved staggered)



- 有限密度での計算は困難。 T_c の μ 微分を $\mu=0$ で逐次計算する。
- $\mu=0$ のごく近傍で $O(\mu^2)$ より大きい次数の誤差を許して計算。
 - T_c の2階微分の計算には十分で、計算量を劇的に減らせる。
- μ を大きくすると、ピークの位置が左に動く。 ➡ 相転移温度は低くなる。

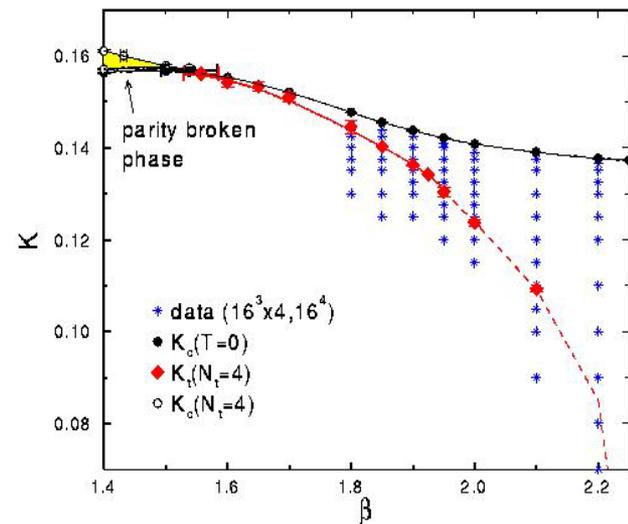
状態方程式

$$p = \frac{T}{V} \ln Z$$

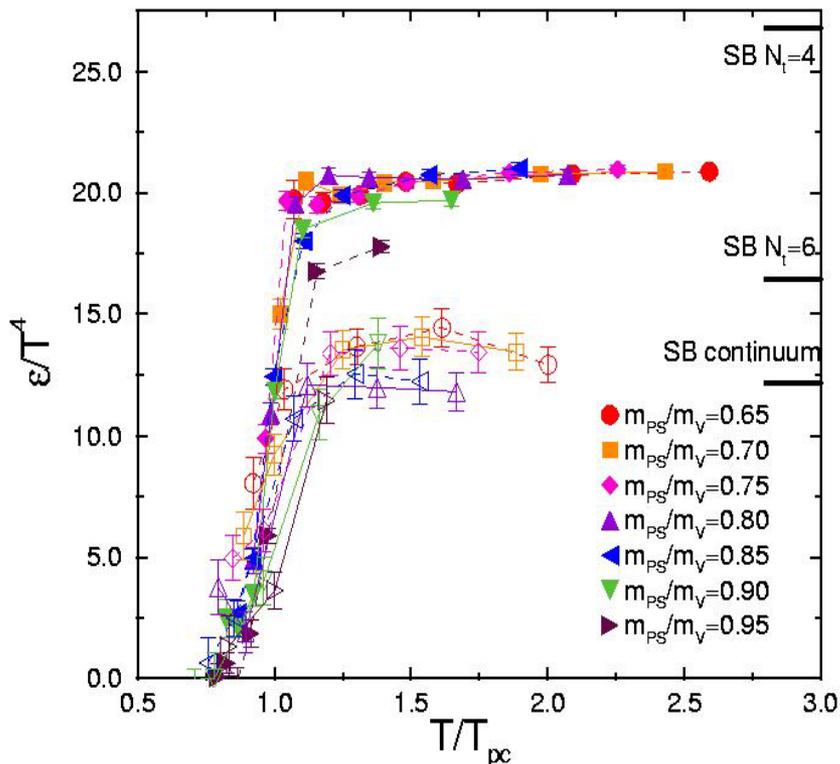
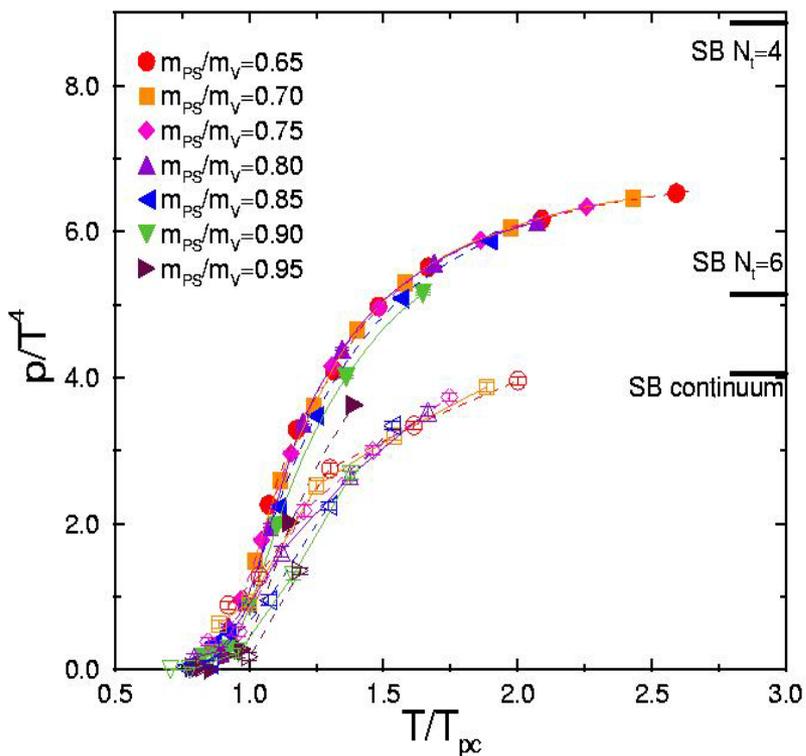
CP-PACS Collab., Phys. Rev. D64 (2001) 074510

積分法

$$\frac{p}{T^4} = N_\tau^4 \int d\xi_5 \left\{ \left\langle \frac{-1}{N_\sigma^3 N_\tau} \frac{\partial S}{\partial \xi_5} \right\rangle - (\text{value at } T=0) \right\}$$



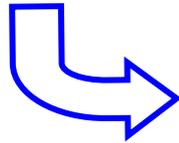
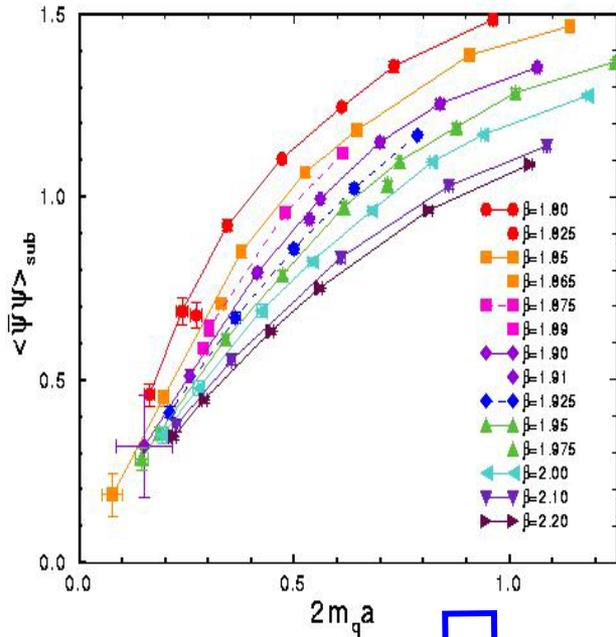
m_π/m_ρ 固定で圧力(左)とエネルギー密度(右)の温度 T/T_c 変化 ($N_f=2$)



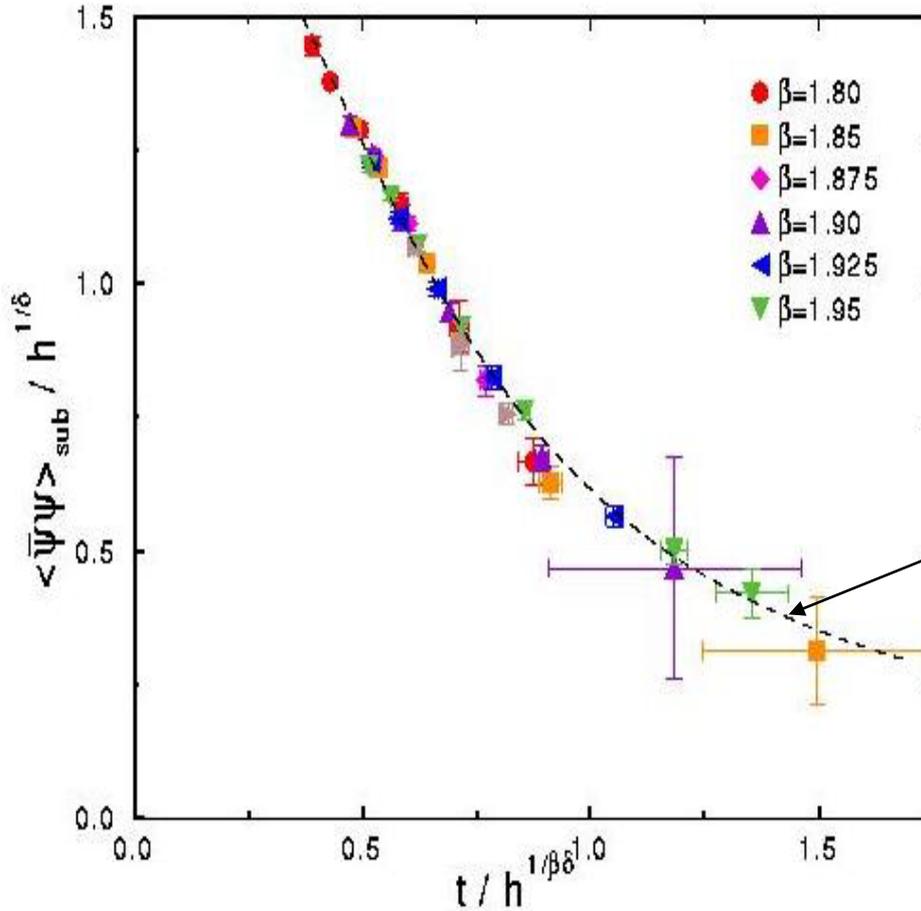
$N_f=2$ の $O(4)$ スケーリングテスト

Y. Iwasaki, K. Kanaya, S. Kaya, and T. Yoshie, Phys. Rev. Lett., 78, 179 (1997)

RG+Clover improved Wilson (CP-PACS, Phys. Rev. D63.034502(2000))



$$M/h^{1/\delta} = f(t/h^{1/\beta\delta})$$



$\beta_{cr} = 1.469(73)$
 $\chi^2/N_{df} = 0.816$

$16^3 \times 4$
 lattice

O(4) scaling
 function
 (Toussaint, '97)

$$M = \langle \bar{\psi}\psi \rangle_{\text{sub}}, \quad h = 2m_q a, \quad t = \beta - \beta_{ct}$$

O(4) scaling 関係をよく満たしている。

Lattice 2000、インド、バンガロール

- プレナリーレビュートーク -> 泣きそうになる。
- 状態方程式がメインだったが、金谷さんのLattice95のO(4)スケーリングの研究の重要性をやっと理解する。



思い出すこと

- 1993 北陸合宿、金谷さん招待講師、徹夜で飲み会
- 1994 Lattice94 Bielefeld バンケットで説教をされる
- 1995 Lattice 95 Melbourne
 - 金谷さんがプレナリーレビュートーク、 $O(4)$ スケーリングの話
Y. Iwasaki, K. Kanaya, S. Kaya, and T. Yoshie, Phys. Rev. Lett., 78, 179 (1997)
- 1997年4月江尻が金沢から筑波に移る。
- 1997年 YKIS97 金谷さんが講義、江尻もショートトーク
 - 金谷さんと共同研究
- 2000年 Lattice2000 インド、江尻がプレナリートーク
 - 金谷さんのした仕事の重要性にやっと気づく
- 2001年4月 江尻がイギリスへ
- 2005年2月 江尻が東京へ、WHOT-QCD Collaboration
- 2010年10月 江尻が新潟へ、....現在

結局、

- 状態方程式
- 相転移点近傍のスケーリング則
- 再重みづけ法 (Reweighting法)

が自分の研究のキーワードになる。

Reweighting法

$$\langle O \rangle_{(\beta)} = \frac{1}{Z} \int DU O e^{-S(\beta)} = \frac{\langle O e^{-S(\beta)+S(\beta_0)} \rangle_{(\beta_0)}}{\langle e^{-S(\beta)+S(\beta_0)} \rangle_{(\beta_0)}}$$

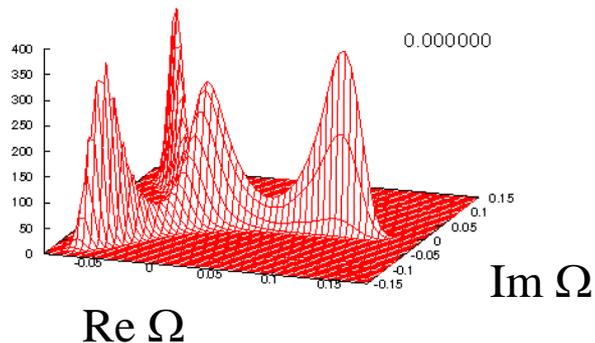
- 2001年、Z. Fodor, S. Katz、有限密度での相転移温度
- 相転移線に沿ってパラメーターを変化させると、reweightingによる誤差が小さい。
 - reweighting因子が各配位であまり変化しない。
 - 具体例、SE, Phys. Rev. D69 (2004) 094506、クエンチ非等方格子の (β_s, β_t) 面で相転移線に沿ってパラメータを変化させた時、一次相転移のフリップ・フロップでreweighting因子の変化が最少になる。
 - もっとわかりやすい例が、重いクォーク領域で、クォーク行列をホッピングパラメータ展開した時。H. Saito et al. (WHOT-QCD Collaboration), Physical Review D84 (2011) 054502; Phys. Rev. D89 (2014) 034507

(2+1)-flavor QCDのクォークが重いときの 臨界面

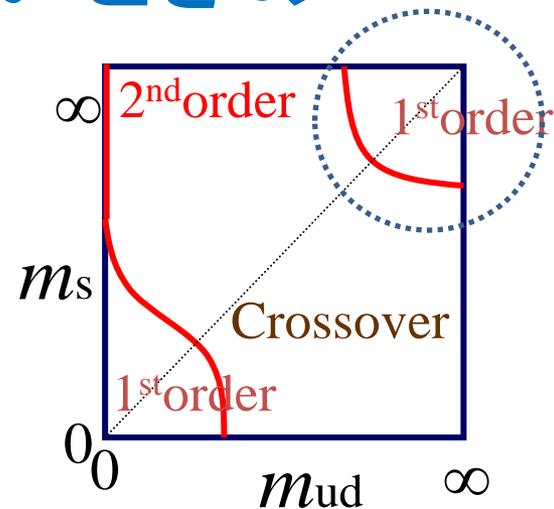
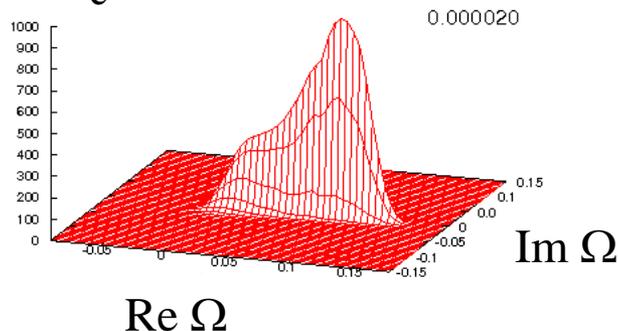
WHOT-QCD Collab., Phys.Rev.D89, 034507(2014)

Polyakov loop distribution

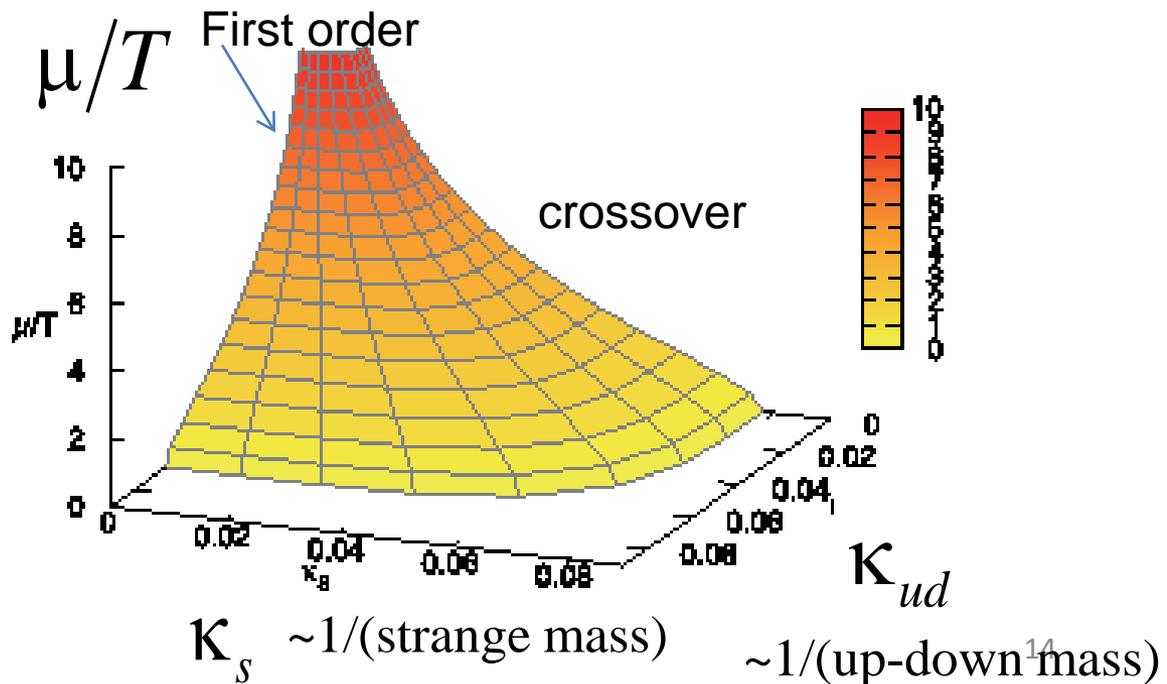
$\kappa=0$: first order (Z(3) symmetric)



$\kappa > \kappa_c$: crossover

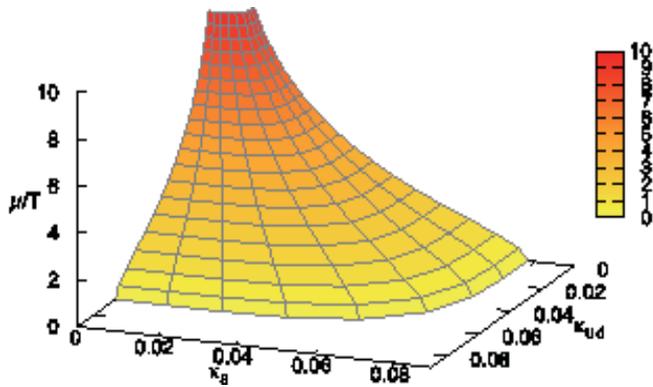


Critical surface at finite density

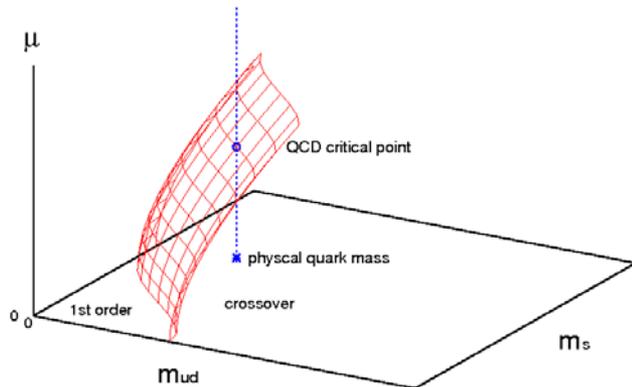


重みをなるべく変えないパラメータ 変化を考える

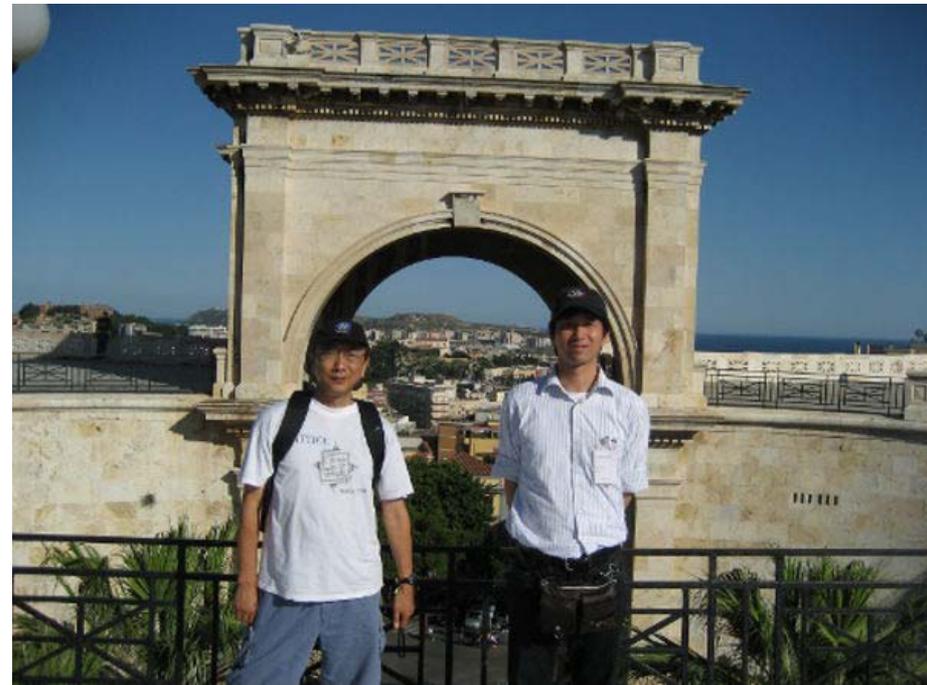
- クォークが重いとき



- クォークが軽いとき？



サルジニア島のLattice 2010



まとめと今後の展望

- 金谷さん、還暦おめでとうございます。
- 共同研究、ありがとうございます。
- これからもよろしくお願いします。