

物性第一原理計算プログラムの 高速化

東京大学

中村研究室所属

修士一年 大根田 拓

発表の流れ

- # プログラム全体の構成
- # FFT計算の高速化
 - オリジナルのアルゴリズム
 - キャッシュ最適化
- # 行列積の高速化
 - オリジナルのアルゴリズム
 - キャッシュ最適化
- # SCIMAでの評価(現状)

第一原理計算のプログラム

- # 第一原理計算:シュレディンガー方程式を元に
価電子の挙動を計算
→ 直接対象物質(ここでは水素)の
物性を調べる
- # 計算法にCG(Conjugate Gradient)法、FFTを用
いる
- # 問題サイズが大きく、iteration回数が多いため、
計算時間がかかる

プログラム構造

- 基本構造

```
Do j =1,itcf
  do k = 1,nbnd
    call hlocal
  enddo
  call diagk
enddo
```

hlocal: FFT計算
diagk: 行列積計算
(nbnd=191,itcf=8)

表記していないところは
ベクトルの内積等の
1次元配列演算が中心
→ 現時点では対象外

オリジナルでは、nbnd=itcf=1のとき
トータル370秒程度に対し
hlocal55秒、diagk300秒

プログラム高速化基本戦略

- オリジナルはベクトル計算機用に最適化
 - ・ スカラ計算機向けプログラムに修正
- FFT計算部分、行列積部分において計算時間大
 - ・ 主にFFT計算と行列積を対象に高速化

FFT計算部(hlocal)

オリジナルのアルゴリズム

1. 一方向のバタフライ演算を、直交する面単位でまとめて行う(基数2から5の間で行う)
 2. 配列全体の転置を行う
- 1,2を3回繰り返す、演算後再度3回繰り返す

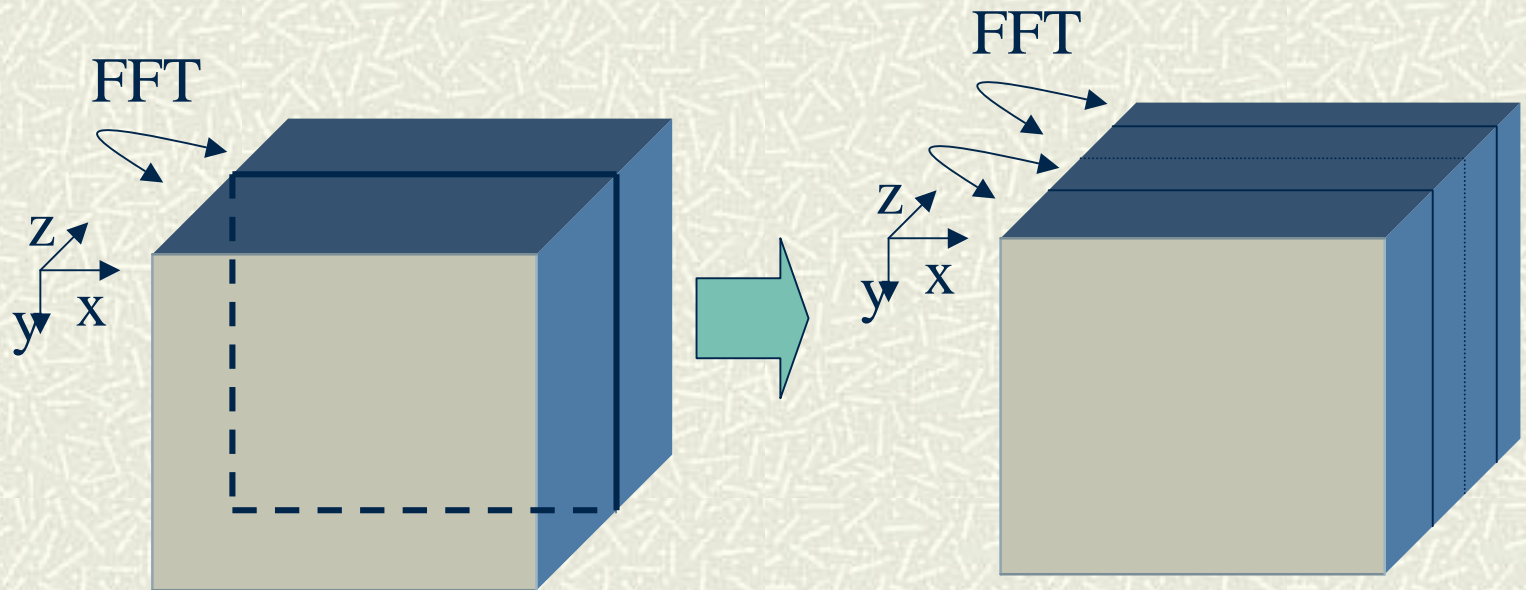
FFT計算部(hlocal)

オリジナルのアルゴリズム

1. 一方向のバタフライ演算を、直交する面単位でまとめて行う(基数2から5の間で行う)
 2. 配列全体の転置を行う
- 1,2を3回繰り返す、演算後再度3回繰り返す

オリジナルのFFT計算アルゴリズム(1)

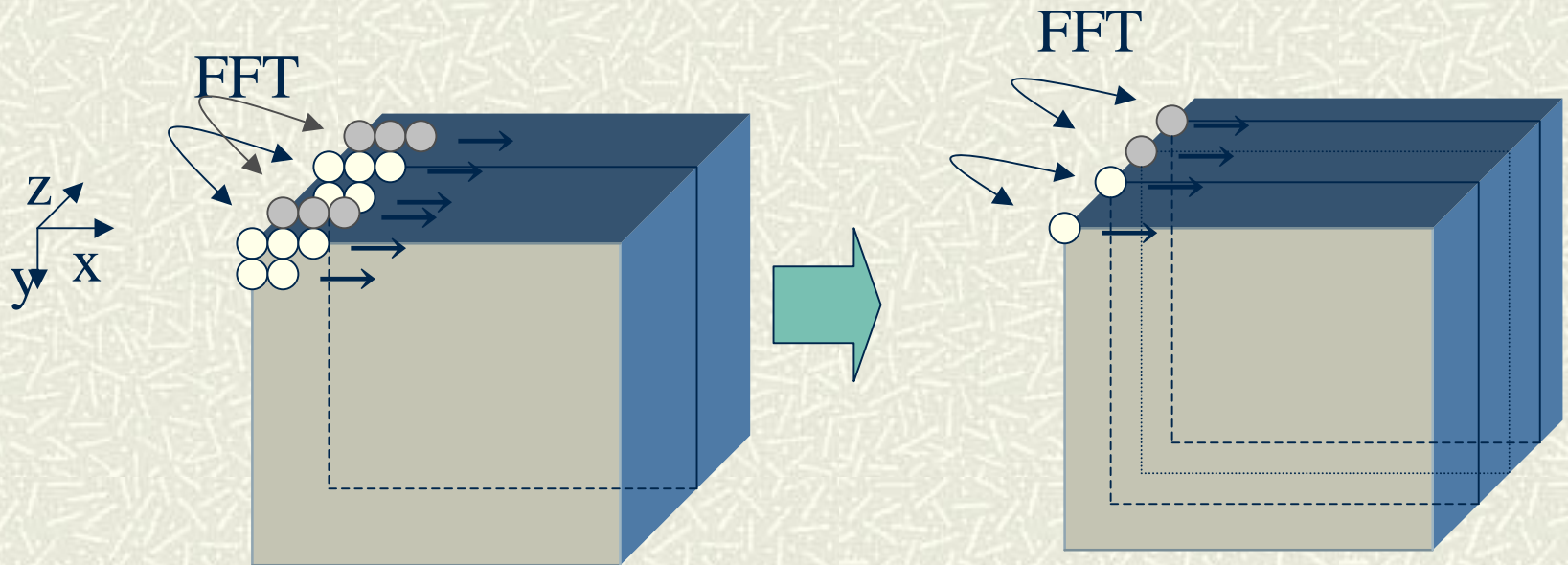
⌘ (例:基数2で2回展開する場合)



面単位で図のz軸方向にバタフライ演算を行う
(基数2から5の間で行う)

オリジナルのFFT計算アルゴリズム(1)

⌘ (例:基数2で2回展開する場合)



面単位で図のz軸方向にバタフライ演算を行う
(基数2から5の間で行う)

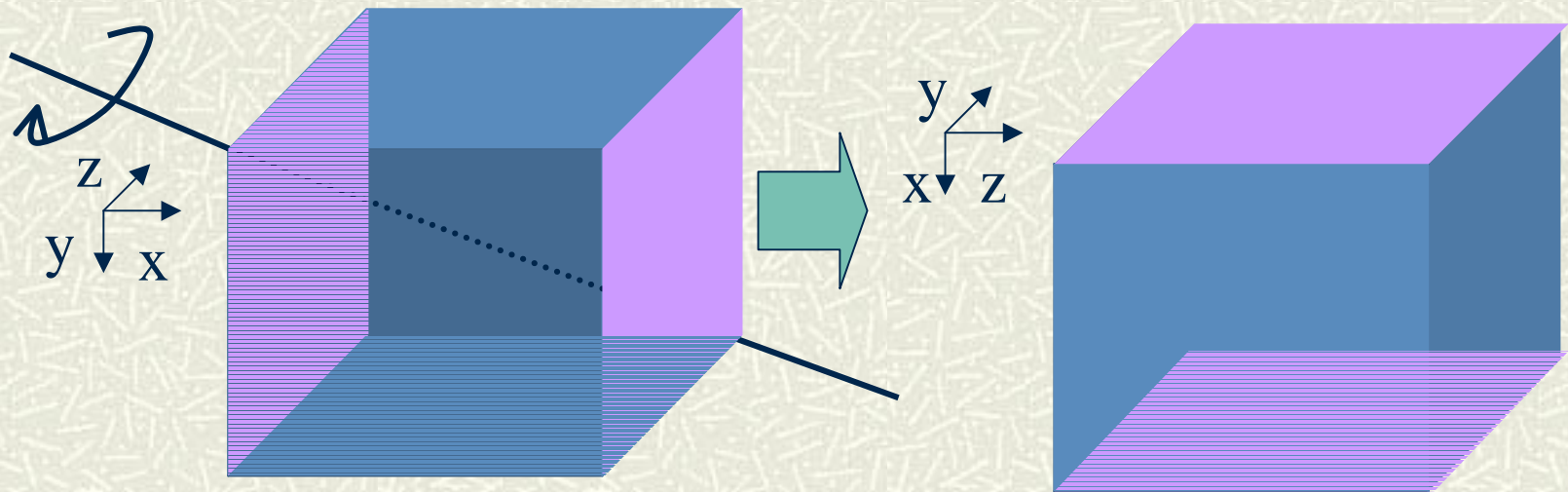
FFT計算部(hlocal)

オリジナルのアルゴリズム

1. 一方向のバタフライ演算を,直交する面単位でまとめて行う(基数2から5の間で行う)
 2. 配列全体の転置を行う
- 1,2を3回繰り返し、演算後再度3回繰り返す

オリジナルのFFT計算アルゴリズム(2)

オリジナルのアルゴリズム



1つの面を計算後、配列全体を転置する

→ 1と2を3回繰り返す、演算をはさんでさらに3回繰り返す

オリジナルプログラム(FFT計算)の問題点

■ 配列全体がキャッシュ上に載りきらない場合

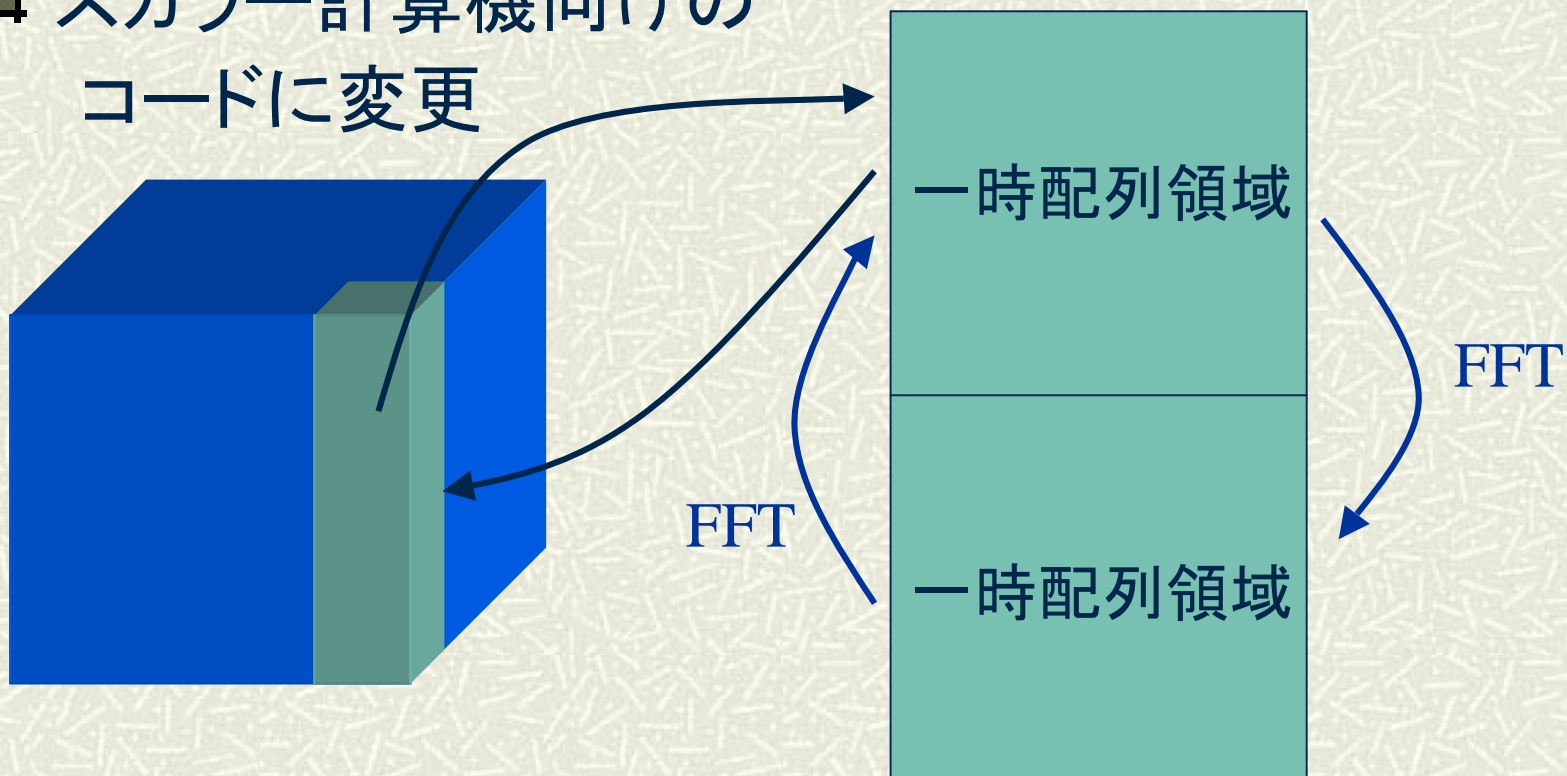
ある面についてのバタフライ演算1回、

あるいは転置の度に、配列全要素にアクセスする

→ データがキャッシュ上で再利用されない

FFT計算(変更後)

⌘ スカラー計算機向けの
コードに変更



配列の一部を一時配列にコピーしてFFT計算
全方向について行う

FFT計算部のキャッシュ最適化結果

評価条件:

SGI MIPS R12000 (300MHz)

L1 cache : 32kB

L1 cache ラインサイズ: 64B

L2 cache : 1MB

L2 cache ラインサイズ : 64B

- 110*110*110の3次元配列を対象に評価(performance counter)

	cycle	L1 cache miss
オリジナル	13208×10^6	102×10^6
変更後	1867×10^6	14×10^6

ともにオリジナルに対し15%程度まで減少

行列積部分の計算

複素数の行列積を計算

$$1. \quad a[x,y] = p[z,x] \cdot hp[z,y]$$

— (配列 v の生成) —

$$2. \quad p[z,x] = p[z,y] \cdot v[y,x]$$

$$3. \quad hp[z,x] = hp[z,y] \cdot v[y,x]$$

$$(x = y = 191, z = 13052)$$

- オリジナル: 単純な行列積計算
 - 配列全体がキャッシュに載りきらない場合、データが再利用されない
- 1で生成した a を用いて2の前で v を生成し、2と3で利用
 - 1と2,3をあわせて計算することはできない

行列積高速化戦略

$$1. \quad a[x,y] = p[z,x] \cdot hp[z,y]$$

— (配列 v の生成) —

$$2. \quad p[z,x] = p[z,y] \cdot v[y,x]$$

$$3. \quad hp[z,x] = hp[z,y] \cdot v[y,x]$$

($x = y = 191, z = 13052$)

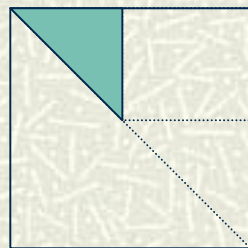
データの再利用性を高める

- キャッシュブロッキングおよびレジスタブロッキング
- 2と3をあわせて計算(v の再利用性向上)

行列積(1)

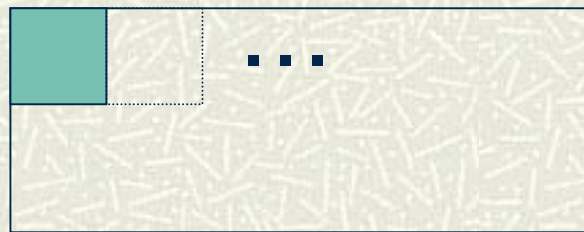
現在の状態

$$1. a[x,y] = p[z,x] \cdot hp[z,y]$$

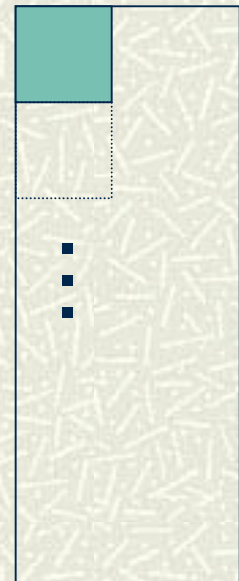
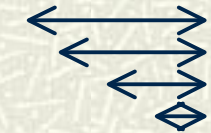


a

=



p (横に連続)



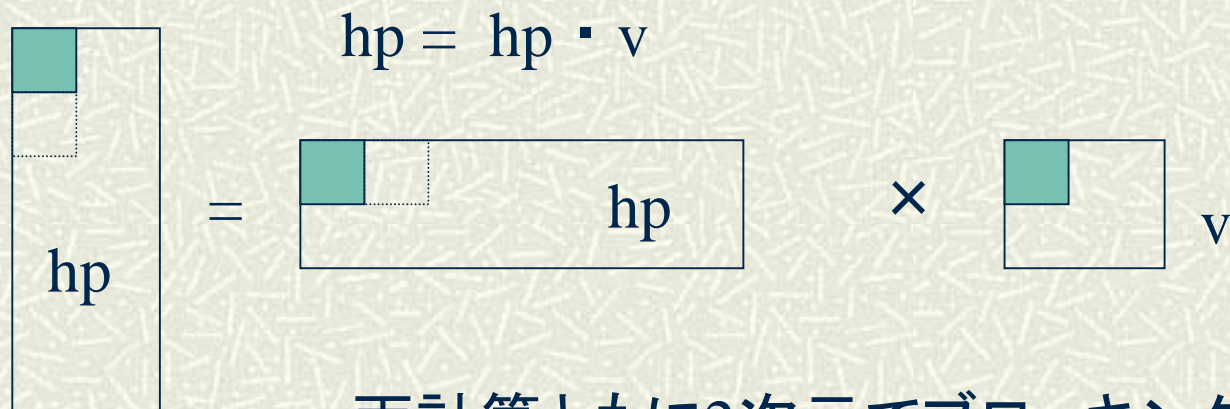
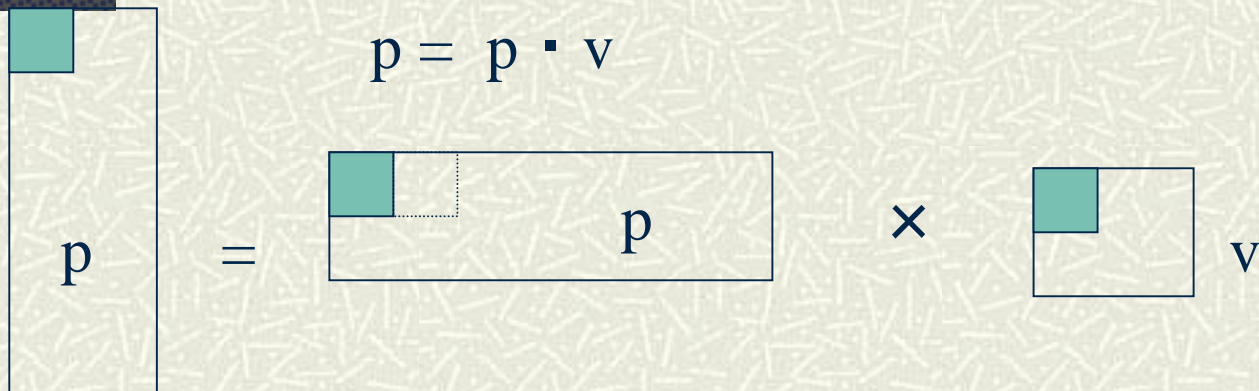
hp

(縦に連続)

配列aの上三角部分のみ計算

→ pとhpは再利用性に偏り
現時点では2次元でブロッキング

行列積(2,3)



- 両計算ともに2次元でブロッキング
- v を共通して使うのであわせて計算

行列積

[1]: データの再利用性に偏り

[2,3]: 2回の行列積の間で v を再利用する

全ての行列積共通:

複素数 $3 * 3$ でレジスタブロッキング

行列積最適化：評価条件

評価条件：

SGI MIPS R12000 (300MHz)

レジスタ: int 32, float 32

L1 cache : 32kB

ラインサイズ: 64B

L2 cache : 1MB

ラインサイズ : 64B

行列積キャッシュ最適化の評価

* Performance counterで評価

	cycle	L2 cache miss
オリジナル	84912×10^6	307×10^6
変更後	9467×10^6	9×10^6

“変更後”のコード:

(1) L2キャッシュを対象にブロッキング

① 行列積1: ブロックサイズをa:100×100、
p & hp:100×276として計算

② 行列積2 & 3: ブロックサイズをv:100×100、
p & hp:100×128とし、あわせて計算

(2) 複素数3*3でレジスタブロッキング

第一原理計算プログラムの キャッシュ最適化結果(現状)

SGI R12000(300MHz)で評価(cycle)

- hlocal: $13208 \times 10^6 \rightarrow 1867 \times 10^6$
- diagk: $84912 \times 10^6 \rightarrow 9467 \times 10^6$ (約)

■ 変更後、全体に対し、

$$\text{hlocal(FFT)} : 191 \times 1867 = 356 \times 10^9$$

$$\text{diagk(行列積)}: 8 \times 9467 = 75 \times 10^9$$

→ 7倍前後、対象物質によっては逆転の可能性?

SCIMAでの評価

■ SCIMAの場合：

FFT・行列積ともに、

- ・ 配列間干渉がなくなる
- ・ 大粒度転送

による高速化が見込める

→ シミュレータで評価

現状： FFT計算部分のみ

SCIMAでの評価環境

FFT計算部分(hlocal)を評価

- 評価環境

1. $40 \times 40 \times 40$ の3次元配列で評価
2. (現時点)キャッシュ最適化との比較
3. L1キャッシュ32k(連想度:4)のモデルと、
L1キャッシュ16k(連想度:2)、OCM16kのモデルを対象に比較
4. ラインサイズ: 32B, 64B, 128B, 256Bで評価

- パラメタ

レジスタ: int 32, float 32

同時発行命令: int 2, float(mul) 1, float(div) 1, load/store 1

オフチップメモリスループット: 8 Byte/cycle

オフチップメモリスループット: 40 cycle

シミュレーション時の評価環境

simulation時に、

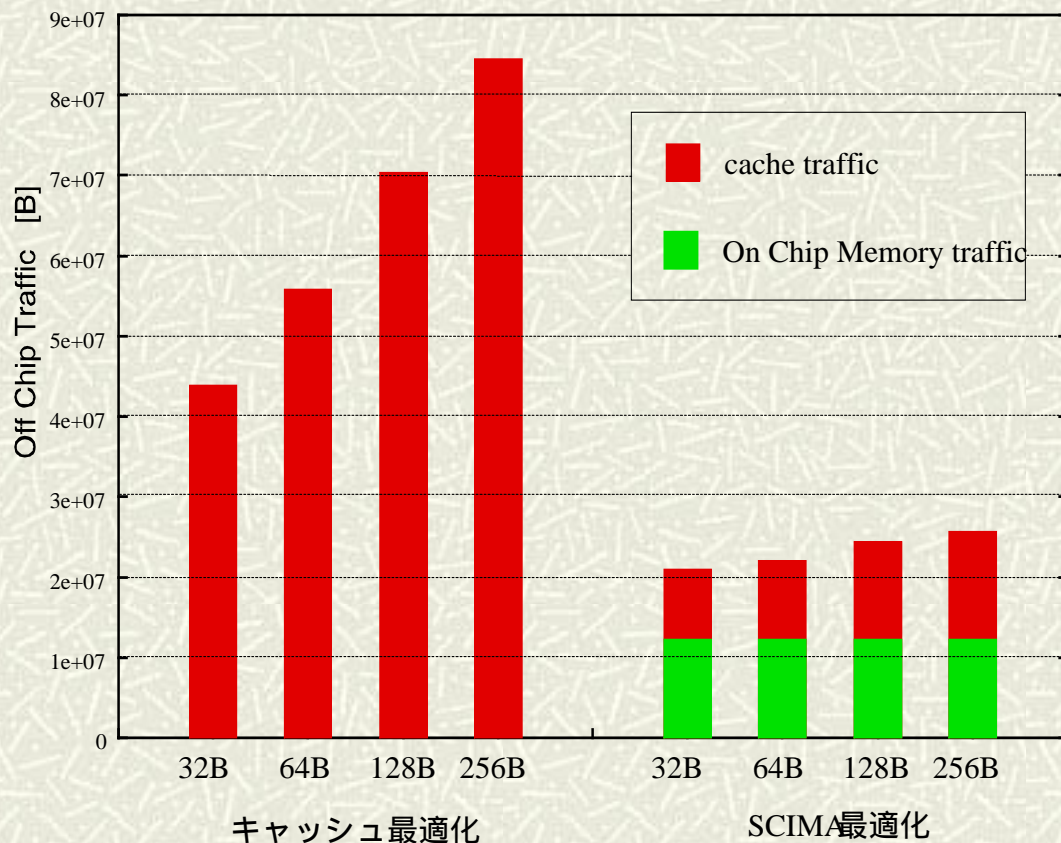
- # アクセスレイテンシ0 スループット ∞ のメモリ(perfect memory)
- # アクセスレイテンシ40 スループット ∞ のメモリ
- # アクセスレイテンシ40 スループット8のメモリ(normal memory)

で評価

→ CPU動作時間(CPU busy time)、アクセスレイテンシが原因のストール(Latency stall)、スループット不足が原因のストール(Throughput stall)に切り分ける

SCIMAでの評価結果(traffic)

NASPB FTと同様の傾向



キャッシュ最適化

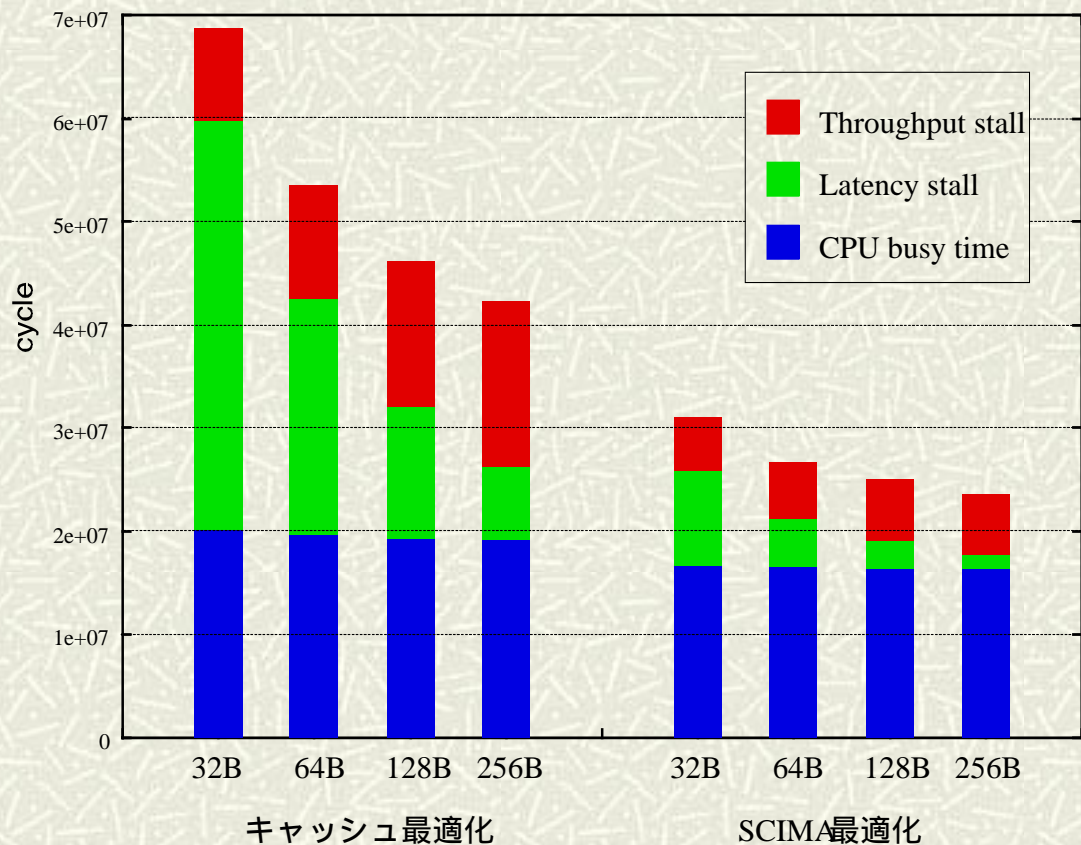
- ・ 配列間干渉が起こる
- ・ ラインサイズ 大 →
無駄なライン転送

SCIMA最適化

- ・ 配列間干渉なし
- ・ OCMでのトラフィックは、
ラインサイズによらず一定

SCIMAでの評価結果(cycle)

NASPB FTと同様の傾向



キャッシュ最適化

- ・ ラインサイズ小 → 初期レイテンシの影響 大
- ・ ラインサイズ大 → トラフィック増大

SCIMA最適化

- ・ トラフィック 小
- ・ 大粒度転送により 初期レイテンシ 小

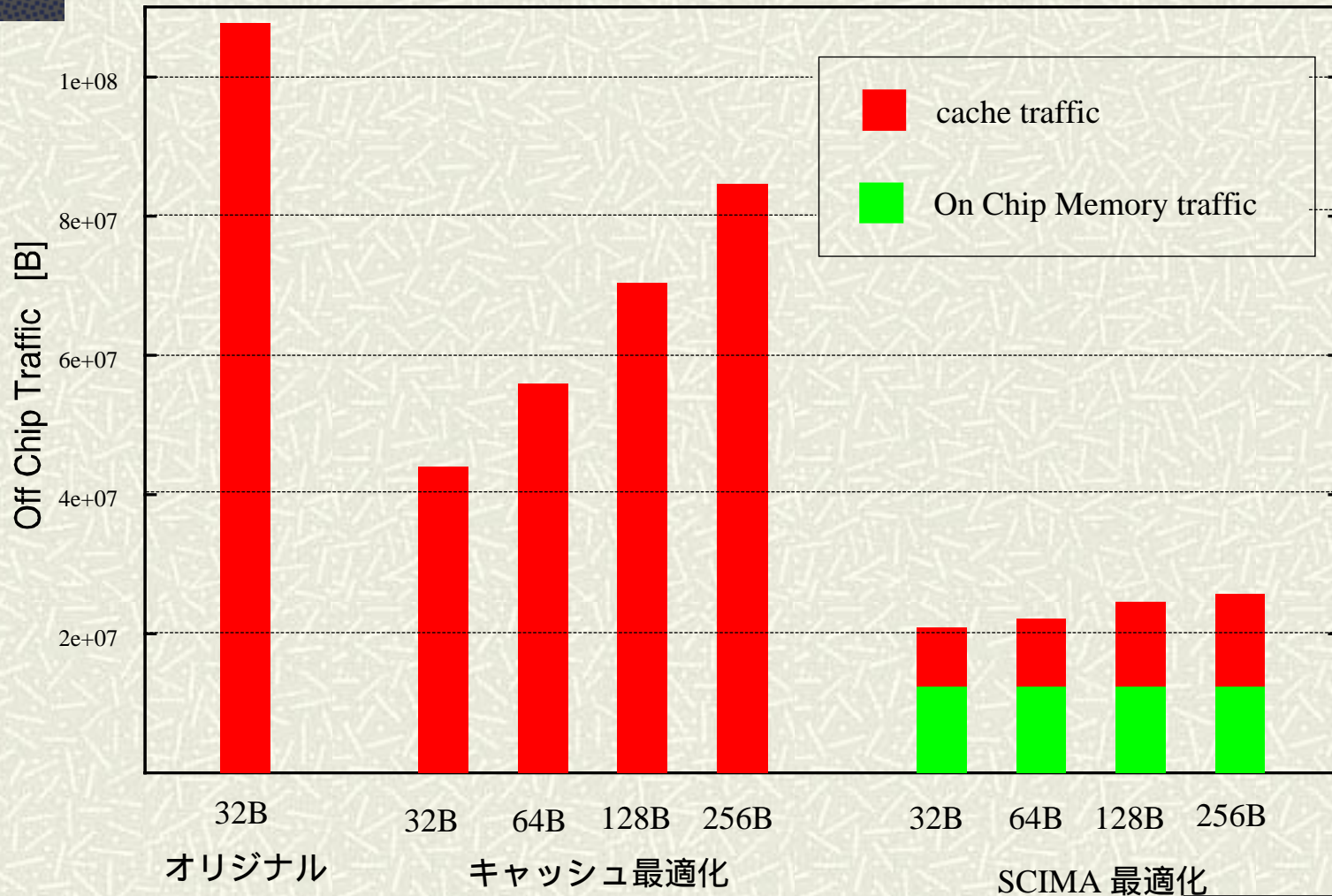
結果の考察(現状)

- 全体: NPB FTと同様の傾向
- SCIMA最適化結果にラインサイズの影響
→ 評価にFFT以外の計算が含まれている
ことが影響(検討中)
- その他、詳細は検討中

今後の課題

- # SCIMAでのFFT計算部評価の詳細
- # SCIMAでの行列積部分の評価
- # 第一原理計算プログラム全体での評価

付録: SCIMAの評価(対original:traffic)



付録:SCIMAの評価(対original:cycle)

