ブラックホール大研究会　2024/2/28~3/2

機械学習を用いた
エディントンテンソルの推定

上野航介(筑波大学)

共同研究者

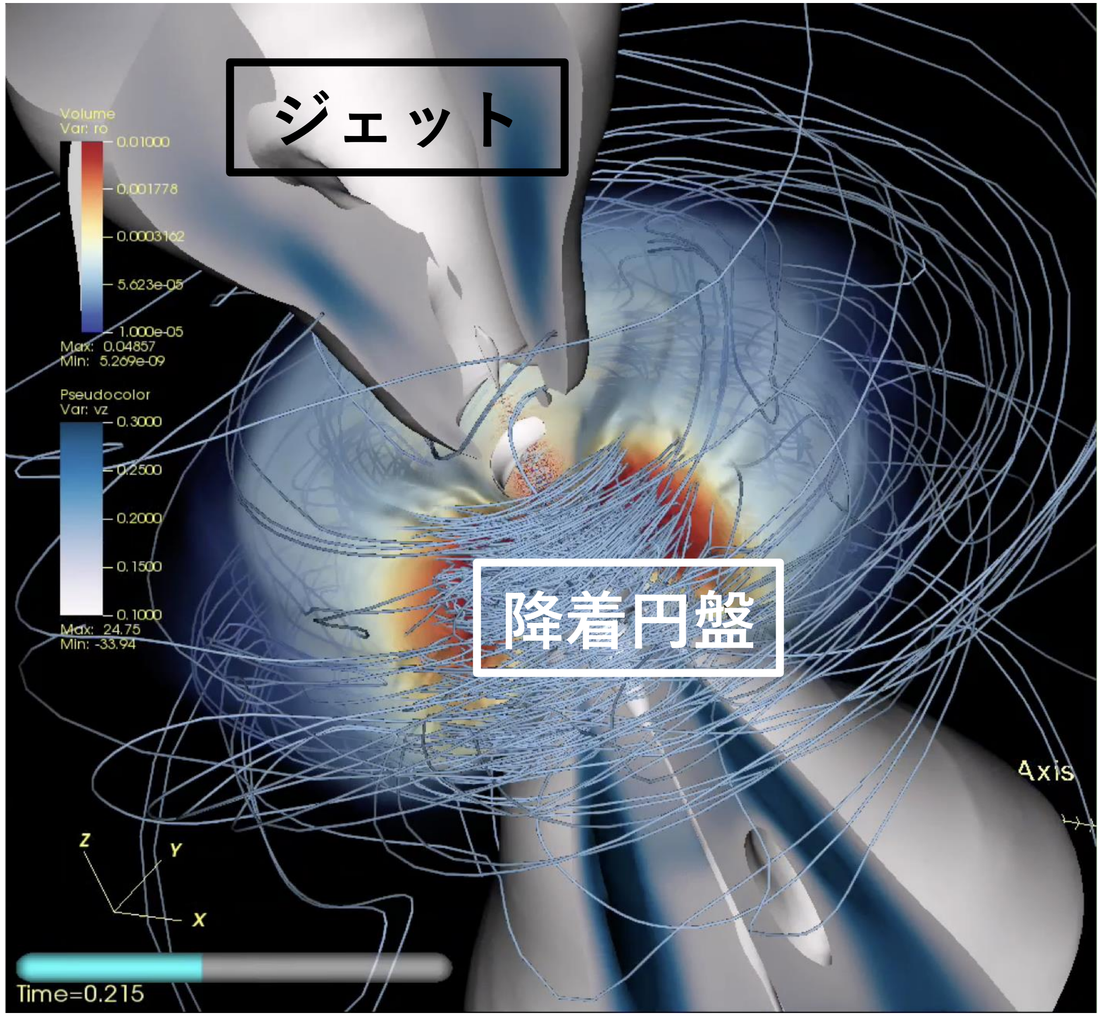
朝比奈雄太(筑波大学), 大須賀健(筑波大学),

矢島秀伸(筑波大学), 福島肇(筑波大学)

研究背景：ブラックホール研究の現状

- ブラックホール降着円盤やジェットの研究では、**一般相対論的輻射磁気流体力学計算（GR-RMHD計算）が行われている**

- 質量降着率が高い降着円盤では強力な輻射場が形成されるため、**輻射場を正確に解く必要がある**



GR-RMHD計算で
再現した降着円盤とジェット
（Takahashi et al. 2018）

研究背景：輻射場を計算する2つの方法

モーメント式

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial F^i}{\partial x^i} = \int S\, d\Omega$$

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial F^j}{\partial t} + \frac{\partial P^{ij}}{\partial x^i} = \int l^i l^j S\, d\Omega$$

＋

輻射応力テンソルと輻射エネルギー密度の関係式（クロージャー関係）

$$P^{ij} = \boldsymbol{f^{ij}} E$$

Variable Eddington Tensor (VET)法でのエディントンテンソル

$$\frac{1}{c}\frac{\partial I}{\partial t} + l^i \frac{\partial I}{\partial x^i} = S$$

$$\boldsymbol{f^{ij}} = \frac{\int l^i l^j I\, d\Omega}{\int I\, d\Omega}$$

M1-closure (M1)法でのエディントンテンソル

$$\boldsymbol{f^{ij}} = \frac{1-\chi}{2}\delta^{ij} + \frac{3\chi - 1}{2} l^i l^j$$

$$\chi = \frac{3 + 4|\eta^k|}{5 + 2\sqrt{4 - 3|\eta^k|}}, \qquad \eta^k = \frac{F^k}{cE}$$

(González et al. 2007)

I ：輻射強度 [$\mathrm{erg\ s^{-1}\ cm^{-3}\ sr^{-1}}$]

E ：輻射エネルギー密度 [$\mathrm{erg\ cm^{-3}}$]

F^i ：輻射流束 [$\mathrm{erg\ s^{-1}\ cm^{-3}}$]

P^{ij} ：輻射応力テンソル [$\mathrm{dyn\ cm^{-2}}$]

研究背景：2つの計算方法の違い

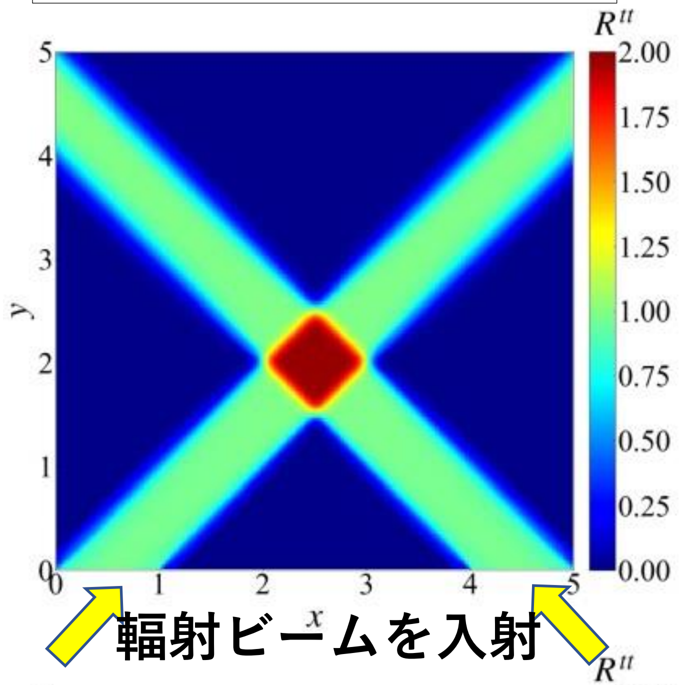
<u>VET法：</u>

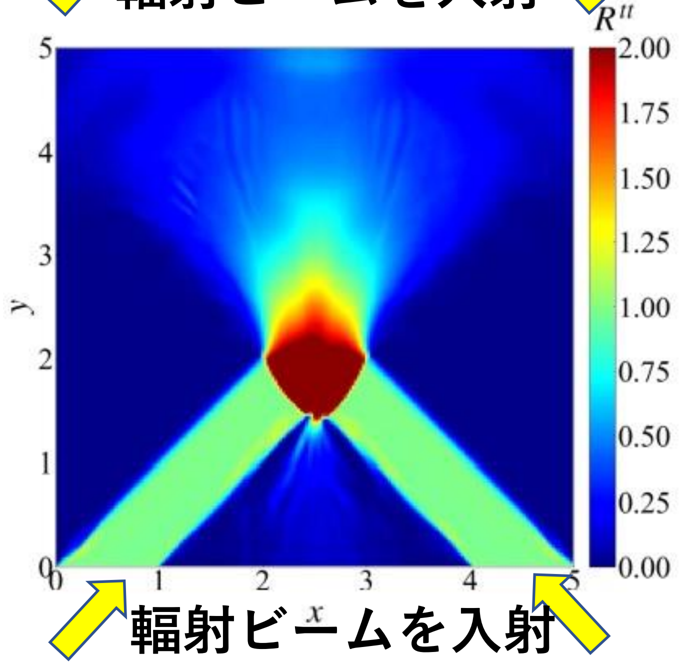
- 輻射輸送方程式を解いてエディントンテンソルを
計算するため、正確に輻射場を解けるが計算量が多い

<u>M1法：</u>

- 近似的にエディントンテンソルを求めるため、計算量は
抑えられるが、光学的に薄い領域や非等方な状況で不正確
（現在の研究ではM1法が多く用いられている）

輻射エネルギー密度





(Asahina et al. 2020)

本研究の目的

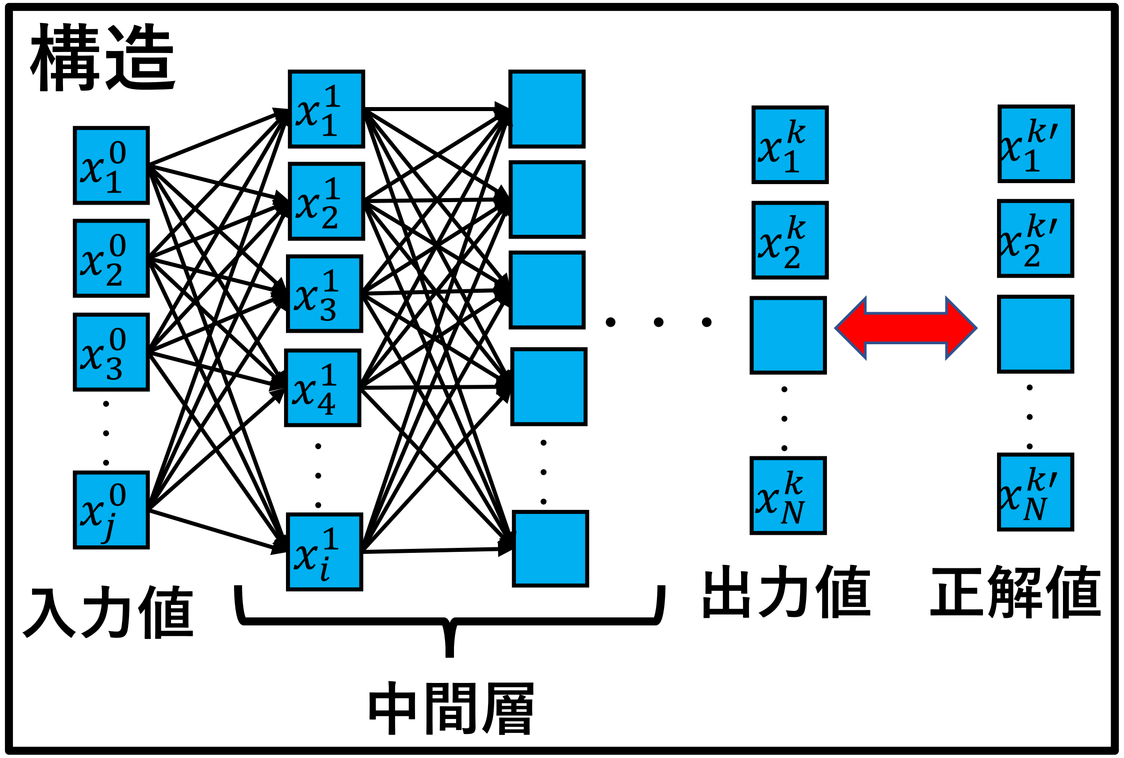
輻射輸送方程式を解かずに、正確なエディントンテンソルを求めることができれば、高精度で高速なGR-RMHD計算が可能になる

機械学習を用いてエディントンテンソルを求めることで、VET法より高速に、M1法より正確にGR-RMHD計算を行うことを目指す

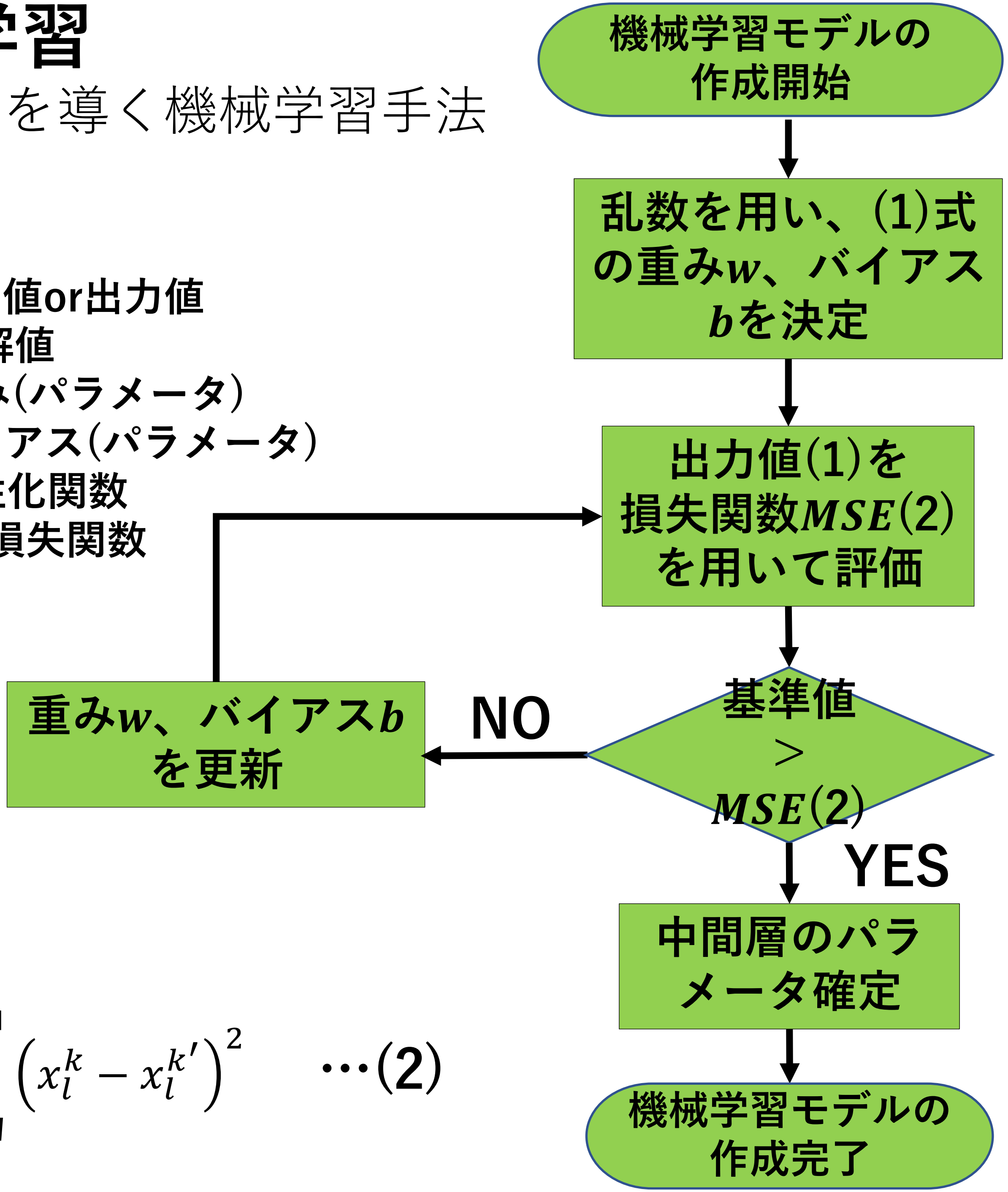
本講演では、ブラックホール降着円盤の時間発展を機械学習モデルに基づきGR-RMHD計算し、各計算方法を比較することにより、本計算方法の有用性を示す

方法：本研究で用いる教師あり学習

・・・データ間の最適な関数関係を導く機械学習手法



x：入力値or出力値
x'：正解値
w：重み(パラメータ)
b：バイアス(パラメータ)
g：活性化関数
MSE：損失関数



$$x_i^n = g\left(\sum_j w_{ij}^n x_j^{n-1} + b_i^n\right) \quad \cdots(1)$$

$$MSE = \frac{1}{N}\sum_{l=1}^{N}\left(x_l^k - x_l^{k'}\right)^2 \quad \cdots(2)$$

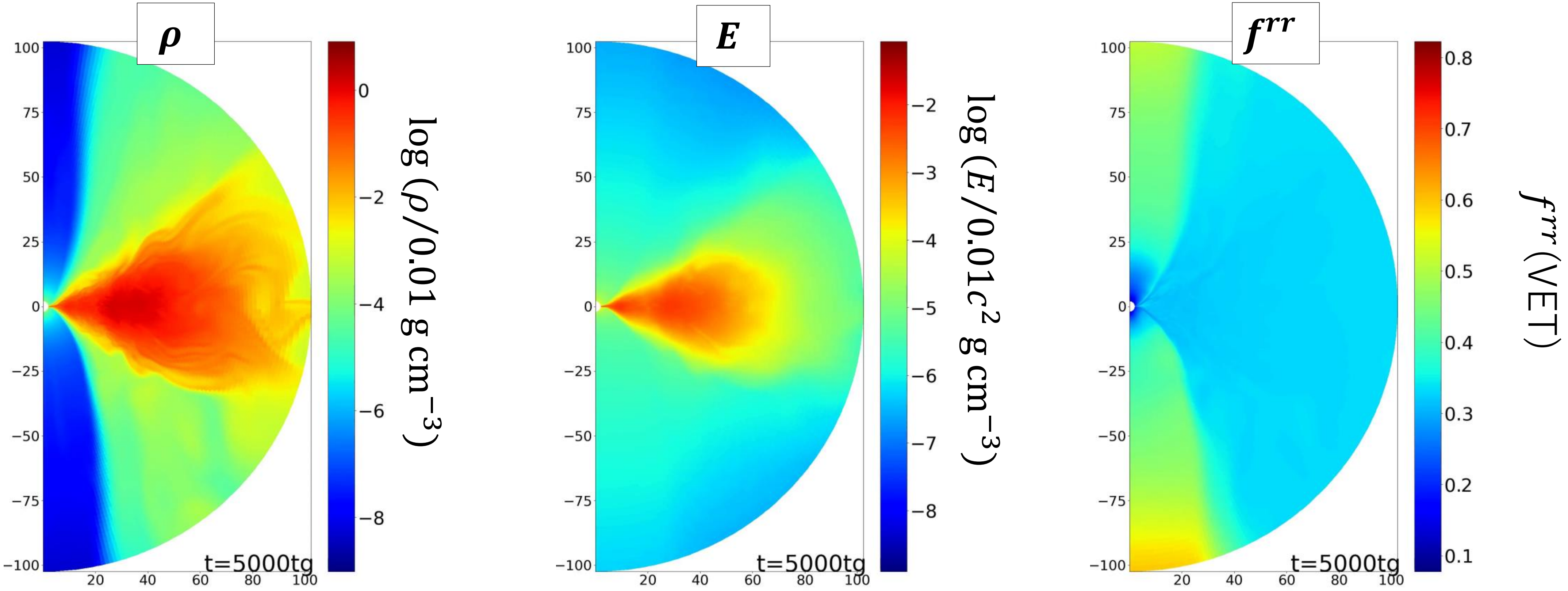
方法：計算方法

■VET法に基づく二次元軸対称GR-RMHD計算
『INAZUMA（Asahina et al. 2020）』

- ブラックホール質量：$\mathrm{M} = 10\mathrm{M}_{\mathrm{sun}}$
- スピンパラメータ：$a^* = 0$
- 回転平衡トーラスの最大密度：$\rho_0 = 0.01\,\mathrm{g/cm^3}$
- グリッド数：$(\mathrm{N_r}, \mathrm{N_\theta}, \mathrm{N_\phi}) = (300,300,1)$
- 計算領域：$r = [r_H, 1000r_g]$、$\theta = [0, \pi]$

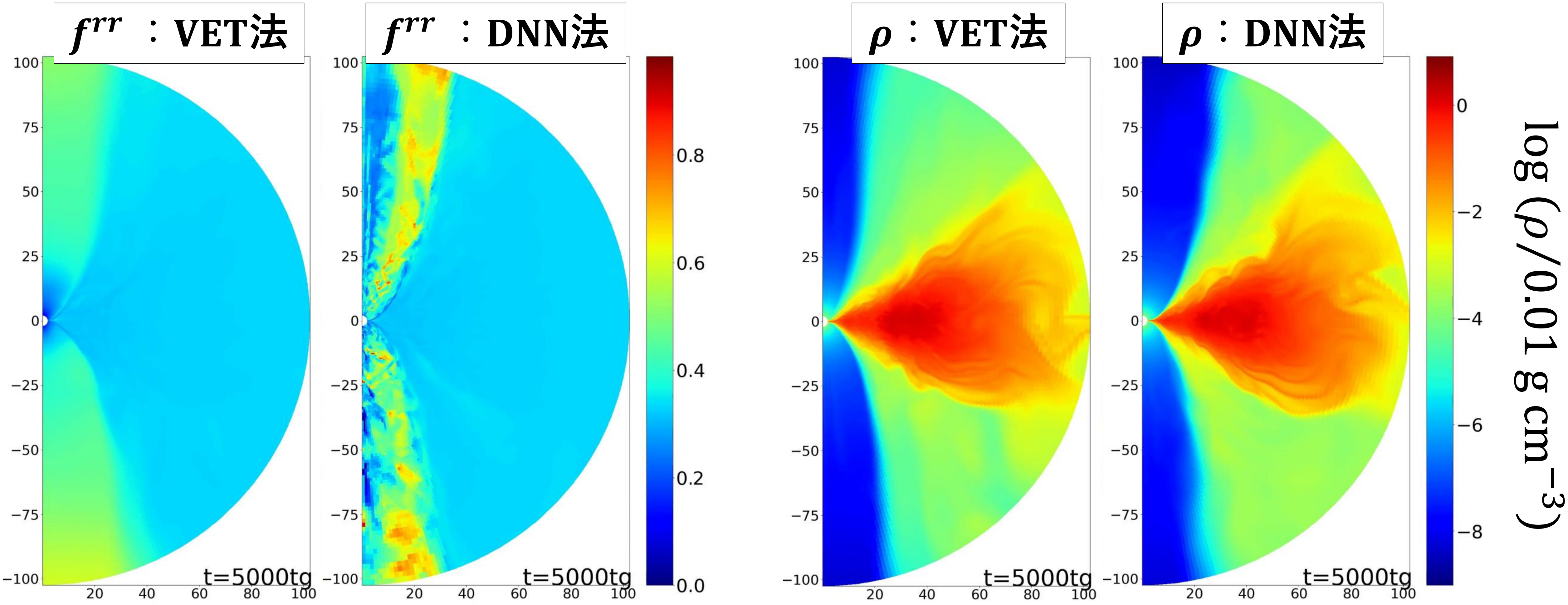
■機械学習モデルに基づくGR-RMHD計算
（Deep Neural Network（DNN）法）

- 教師データ：$t = 0,1000,2000,3000,4000,5000t_g$
  $r = [0,100]r_g$の6枚のsnapshot
- 入力値：$\frac{F^i}{E}, \rho, p, u^i$
- 出力値：f^{ij}
- 中間層：4層64ノード
- 初期条件：教師データと同様



$r \leq 100r_g$
のプロット

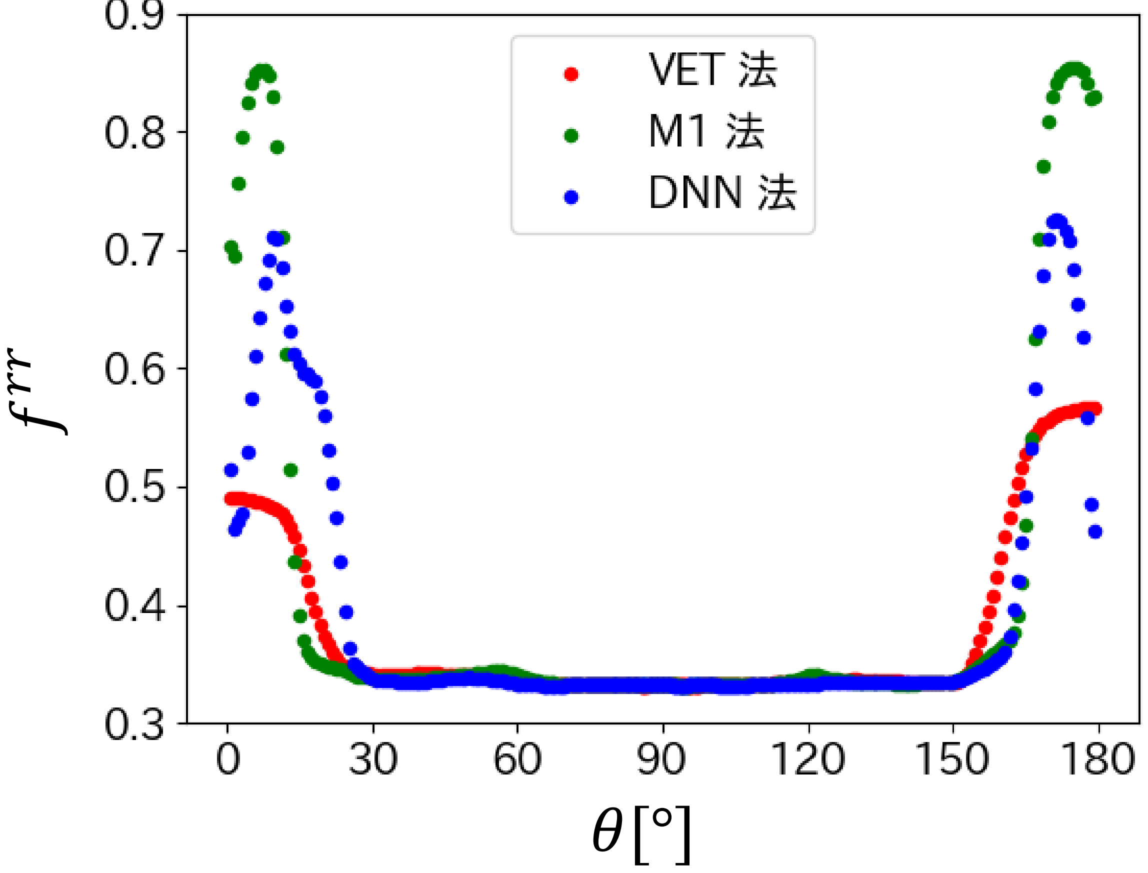
結果：ブラックホール降着円盤の時間発展計算



$r \leq 100 r_{\mathrm{g}}$のプロット

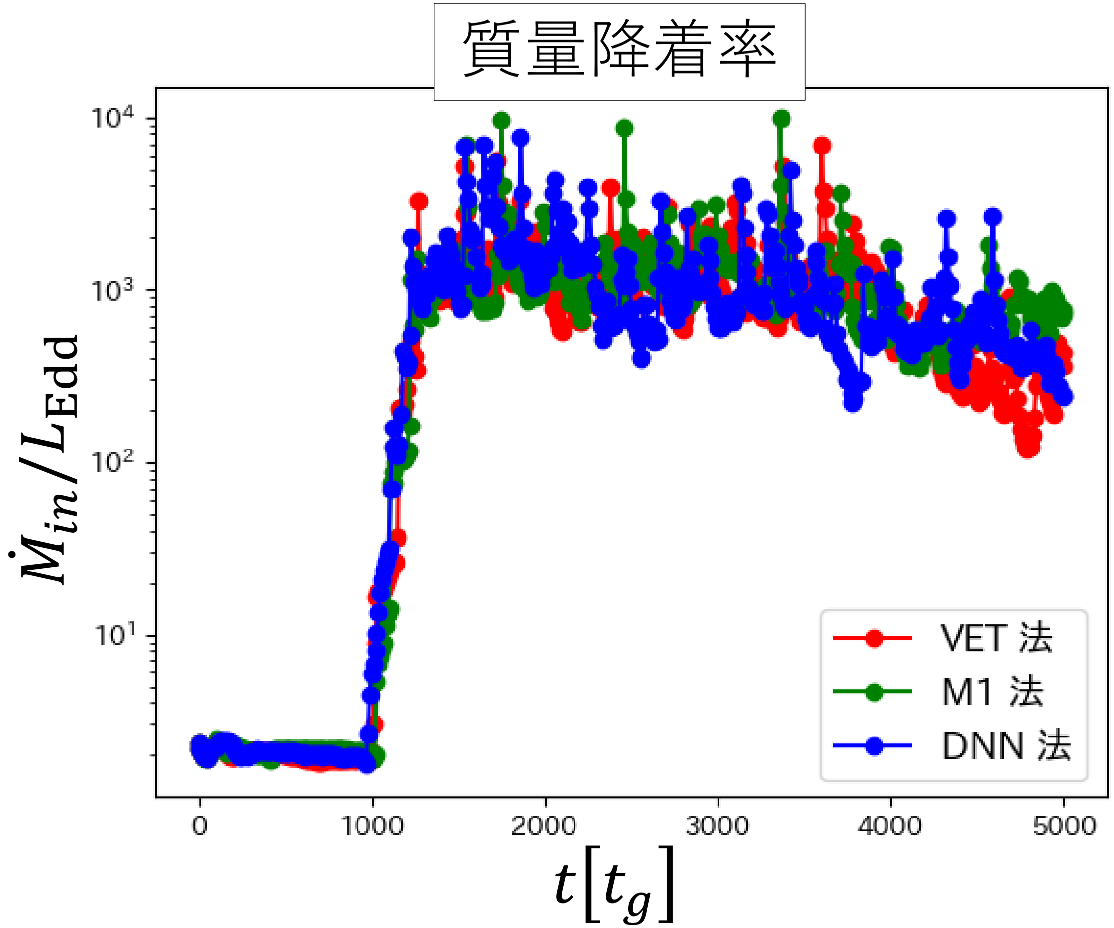
結果：各計算方法での準定常状態のf^{rr}

各計算方法でのf^{rr}の準定常状態の時間平均（$100r_g$）



- 左の図は準定常状態（$t = 3500t_g \sim 5000t_g$）の時間平均
- DNN法は、円盤領域（$\theta = 30° \sim 150°$） でM1法と同様に正確な値（$f^{rr} \sim \frac{1}{3}$） を計算できる
- DNN法の回転軸付近（$\theta = \sim 30°, 150° \sim$ ）での値（$f^{rr} \sim 0.7$）は、M1法の値（ $f^{rr} \sim 0.85$）と比較して、VET法の値（ $f^{rr} \sim 0.5$）に近く正確である

結果：各計算方法での質量降着率



- 左の図は質量降着率の時間発展を表している
- 質量噴出率は3つの計算とも同様の時間発展を遂げる
- 質量降着率は3つの計算とも同程度

$$\dot{M}_{in} = -2\pi\left(2r_g\right)^2 \int_0^{\pi} \rho \min(0, u^r) \sin\theta \, \mathrm{d}\theta$$

	VET法	M1法	**DNN法**
精度	良い	回転軸付近で悪い	**M1法より良い**
計算時間	長い（220時間）	短い（32時間）	**短い（80時間）**

まとめと今後の課題

まとめ

- VET法に基づいたGR-RMHD計算によって得られたブラックホール降着円盤データを用いて機械学習モデルを作成し、機械学習モデルに基づいたGR-RMHD計算を行った

- 機械学習モデルに基づいた計算はM1法より正確にVET法より高速に計算できることが確認できた

今後の課題

- 回転軸付近の精度向上や計算速度の向上

- 他の物理量を用いてさらに定量的な比較

- 初期条件の異なる計算への適用限界の調査